♣♣♣♣♣♣♣2011 年度 東海大学 解答♣♣♣♣♣♣♣

$\boxed{1}$

(1) 2 種類の三角形の面積を単純に計算することにより、

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{ア}} \\ \dfrac{1}{2} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{イ}} \end{cases}$$

を得る。

(2) $x = 2+i$ を解に持つので、$x = 2-i$ も解に持つ。もう一つの解を α とおくと、解と係数の関係より、

$$\begin{cases} 2+i+2-i+\alpha = -a \\ (2+i)(2-i)+(2+i)\alpha+(2-i)\alpha = b \\ (2+i)(2-i)\alpha = 20 \end{cases}$$

この方程式を解く事により、

$$\begin{cases} a = -8 \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{ウ}} \\ b = 21 \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{エ}} \\ \alpha = 4 \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{オ}} \end{cases}$$

(2) $f(x) = \sqrt{2x-1}+\sqrt{x-1}$ とおくと、$f(x)$ は単調増加関数となるので $f(1) = 1$ を勘案すると $f(x) = 5$ となる解は一つしかない。$x = 5$ は $f(x) = 5$ の解となり、これが唯一つの解である。よって

$$x = 5 \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{カ}}$$

(3) x, y をそれぞれ t で微分すると、

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5\sin t \\ \dfrac{dy}{dt} = 2\cos t \end{cases}$$

よって、$\dfrac{dy}{dx}$ は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx} = -\frac{2}{5}\,\frac{\cos t}{\sin t}$$

となる。よって接線の傾きは、$t = \dfrac{2}{3}\pi$ を代入して、

$$-\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{15}$$

となるので、接点は $x = 5\cos\dfrac{2\pi}{3} = -\dfrac{5}{2}$、$y = 2\sin\dfrac{2\pi}{3} = \sqrt{3}$ であるので、

$$y = \frac{2\sqrt{3}}{15}x + \frac{4}{3}\sqrt{3} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}$$

となる。また、法線の方程式は、その傾きが、$-\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{15}\right)^{-1}$ であることを考慮すると、

$$y = -\frac{5\sqrt{3}}{2}x - \frac{21}{4}\sqrt{3} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}$$

となる。また、この式より x 軸との交点は、

$$x = -\frac{21}{10} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{サ}}$$

となる。

$\boxed{2}$ 大きいサイコロと小さいサイコロの逆数の和

$$s = \frac{1}{l} + \frac{1}{m}$$

のすべての組み合わせは右の表のようになる。対称の部分、例えば、$(l = 1, m = 2)$ と $(l = 2, m = 1)$ は片方のみを記載している。以下この表をもとに解答する。

	1	2	3	4	5	6
1	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{6}$
2	-	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{3}$
3	-	-	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$
4	-	-	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{5}{12}$
5	-	-	-	-	$\frac{2}{5}$	$\frac{11}{30}$
6	-	-	-	-	-	$\frac{1}{3}$

(1) 最大値は $l = 1$、$m = 1$ の時なので、

最大値 : 2 $\cdots\cdots$ **ア**

であり、その確率は

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{イ}}$$

同様に最小値は、最大値は $l = 6$、$m = 6$ の時なので、

最小値 : $\frac{1}{3}$ $\cdots\cdots$ **ウ**

であり、その確率は

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{エ}}$$

となる。

(2) $s = \frac{8}{15}$、$s = \frac{2}{3}$ となる確率は右図から組み合わせ数を数える事により、

$$\begin{cases} \frac{1}{18} & \left(s = \frac{8}{15}\right) \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{オ}} \\ \frac{1}{12} & \left(s = \frac{2}{3}\right) \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{カ}} \end{cases}$$

(3) 同様に $s \leqq 1$ となる組み合わせを数える事により、

$$\frac{25}{36} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{キ}}$$

を得る。

(4) 同様に組み合わせを数える事により、

$$\frac{1}{6} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\text{ク}}$$

を得る。

$\boxed{3}$ 条件式にそれぞれ $1-x$、$1+x$ をかけて式を整理することにより、

$$\begin{cases} x^3 \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{ア}} \\ -x^3 \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{イ}} \\ x^4 \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{ウ}} \end{cases}$$

を得る。また、計算を進めると、

$$\int_0^a \left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}\right) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) dx \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{エ}}$$

$$\int_0^a (1+a^2+a^4)\ dx = a+\frac{a^3}{3}+\frac{a^5}{5} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{オ}}$$

となる。また、

$$\frac{1+a}{1-a} = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{カ}}$$

$a=\dfrac{1}{3}$ を①に代入すると、

$$0 \leqq \log 2 - \frac{842}{1215} \leqq \frac{2}{3}\times\frac{1}{1215} \quad \cdots\cdots \quad \boxed{\textbf{キ}}, \boxed{\textbf{ク}}$$

を得る。